EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….**097**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine partea reală a numărului complex $\left(\sqrt{3}+i\right)^2$.

(4p) **b)** Să se calculeze perimetrul unui triunghi echilateral cu lungimea laturii 5.

(4p) **c)** Să se determine dreapta de ecuație $2x+ay=b$ care trece prin punctele $A(2,1)$ și $B(0,3)$.

(4p) **d)** Să se calculeze numărul complex $1+i^3+i^6+i^9+i^{12}$.

(2p) **e)** Să se determine raza cercului circumscris unui triunghi având lungimile laturilor 6, 8, 10.

(2p) **f)** Să se calculeze $\cos x$, știind că $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se rezolve ecuația $C_n^1=7$, $n\in\mathbf{N}$, $n\geq 1$.

(3p) **b)** Să se determine punctul de abscisă 3 situat pe graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=4x-3$.

(3p) **c)** Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+X+a$, $f\in\mathbf{R}[X]$.Să se determine parametrul real a, astfel încât $x=2$ să fie rădăcină a polinomului f.

(3p) **d)** Se consideră pe **R** legea de compoziție $x*y=x+y+14$. Să se determine elementul neutru al legii $*$.

(3p) **e)** Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}^2$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^3+27$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe **R**.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

(3p) **d)** Să se rezolve în **R**, ecuația $f'(x)+f(x)=27$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimile $A = \{X^2 + aX + b \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ şi
$B = \{r \in \mathbf{R} \mid \exists f \in A \text{ astfel încât } f(r) = 0\}$

(4p) **a)** Să se găsească un polinom $f \in A$, astfel încât $f(5) = 0$.

(4p) **b)** Să se arate că $1 + \sqrt{3} \in B$.

(4p) **c)** Să se arate că numerele $x_1 = m + n\sqrt{3}$ şi $x_2 = m - n\sqrt{3}$, cu $m, n \in \mathbf{Z}$, sunt soluțiile ecuației $x^2 - 2mx + m^2 - 3n^2 = 0$.

(2p) **d)** Să se arate că $\left(2 - \sqrt{3}\right)^n = A_n - B_n\sqrt{3}$, unde $A_n, B_n \in \mathbf{Z}$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **e)** Să se arate că dacă $a \in B$ şi $k \in \mathbf{Z}$, atunci $a + k \in B$.

(2p) **f)** Să se demonstreze că $B \cap \left(0; \frac{1}{2007}\right) \neq \varnothing$.

(2p) **g)** Să se arate că $\sqrt{2} + \sqrt{3} \notin B$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : (0, \infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ şi şirul $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$,

$a_n = f(1) + f(2) + \ldots + f(n)$.

(4p) **a)** Să se verifice că dreapta $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

(4p) **c)** Să se arate că $a_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} (a_n)^{n^2}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)\,dx$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} n^3 \left(\int_1^n f(x)\,dx - a_n + \frac{1}{2} \right)$.